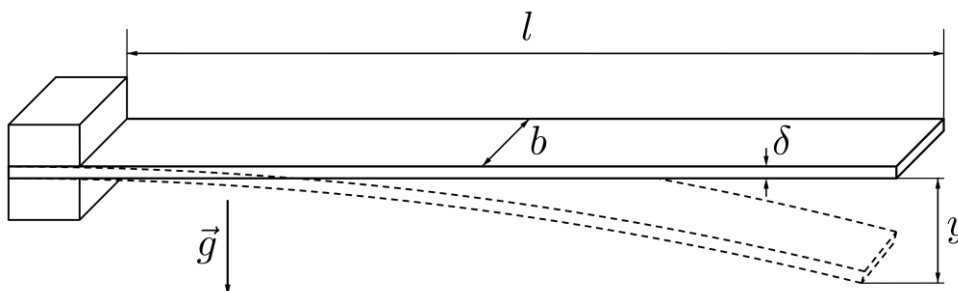


**Задание 10.1. Анизотропия.** Анизотропией называется различие свойств среды (например: упругости, электропроводности, теплопроводности, скорости звука, показателя преломления света и др.) в различных направлениях внутри этой среды.

**Теоретическое введение.** Максимальное смещение  $y$  (так называемая стрела прогиба) конца тонкой горизонтальной планки длиной  $\ell$  под влиянием собственного веса можно определить по формуле:

$$y = \beta E^k \rho^r b^s \delta^t g^h \ell^f, \quad (*)$$


где  $k, r, s, h, f$  – некоторые **целые** числа,  $\beta = 3/2$  – безразмерный коэффициент,  $t = -2$ ,  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – плотность материала планки,  $\delta$  – толщина,  $b$  – ширина планки,  $g$  – ускорение свободного падения.

Отметим, что формула (1) справедлива при условии малости прогиба  $y$  ( $y < 0,5\ell$ ).

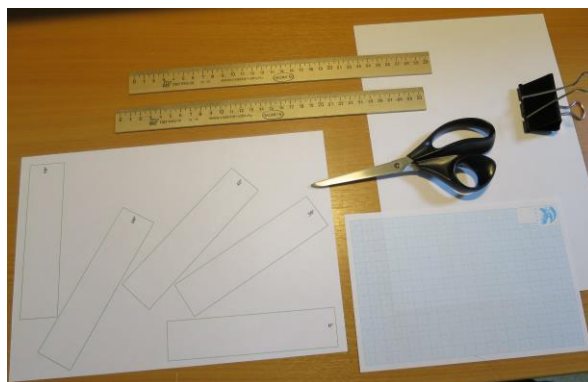
Модуль Юнга – одна из характеристик твердого тела, определяющая его упругие свойства. По закону Гука относительная деформация  $\varepsilon$  стержня под действием силы  $F$ , приложенной перпендикулярно плоскости его поперечного сечения площадью  $S$ , равна:

$$\varepsilon = \Delta\ell/\ell = F/ES.$$

Для анизотропных тел модуль Юнга, может зависеть от направления.

**Приборы и оборудование.** Лист бумаги формата А4 с изображением пяти полосок на каждой на каждой из которых указан угол  $\varphi$  её ориентации, относительно длинной стороны листа); чистый лист бумаги формата А4, две деревянные линейки длиной 25 – 30 см; миллиметровая бумага формата А4 (2 листа); канцелярская клипса (48 мм), ножницы.

**Примечание.** Масса листа бумаги формата А4 составляет  $m = 5,0$  г, а его толщина  $\delta = 0,10$  мм.

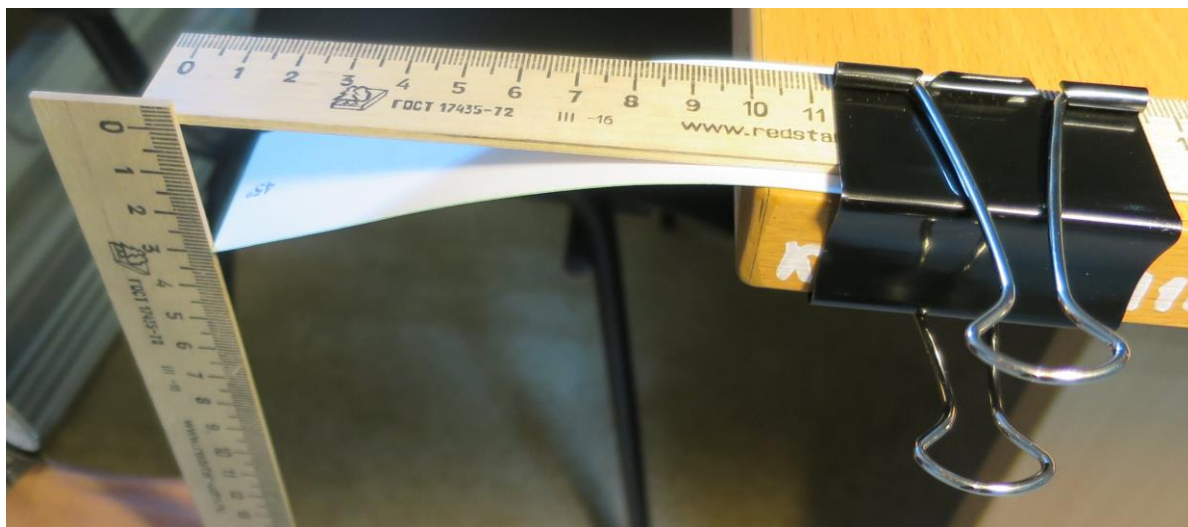


**Задание (практическая часть).** В работе нужно исследовать, зависит ли значение модуля Юнга от ориентации бумажной полоски относительно листа бумаги формата А4 из которого она вырезана.

1. С помощью чистого листа А4 исследуйте зависимость  $y \sim b^s$  (напомним, что  $s$  – целое число). Приведите рисунок, поясняющий, как вы проводите данную часть эксперимента.
2. Руководствуясь экспериментальными результатами и методом размерностей определите показатели степеней в формуле (1).

*Примечание:* при малых деформациях полоски бумаги  $y \sim F$ , где  $F$  – сила, приложенная к полоске.

3. Аккуратно вырежьте из выданного листа бумаги полоски (угол их ориентации относительно длинной стороны листа указан на самих полосках). *Полоски нельзя гнуть, мять, т.к. в противном случае вы можете сильно исказить результаты эксперимента.*
4. Для каждой полоски, закреплённой с помощью клипсы на краю стола, снимите зависимость стрелы прогиба  $y$  от длины  $\ell$  выступающей за край стола части (рис. 2). Выполните измерения для 5 – 6 различных значений  $\ell$ .



5. Для каждой полоски постройте график  $y(\ell^f)$  и из него определите значение модуля Юнга  $E(\varphi)$ .
6. Постройте график зависимости модуля Юнга от угла  $\varphi$ . Для каждого значения модуля Юнга изобразите «крест ошибок».
7. Сделайте вывод, наблюдается ли анизотропия модуля Юнга.

**Рекомендации организаторам**

Трафарет из прикрепленного файла необходимо распечатать на офисной бумаге формата А4. Каждый участник получает два таких листа (один из них – запасной).

Канцелярские клипсы размером 48 мм подбирались для возможности их крепления на столе со столешницей толщиной 22 мм.

### Возможное решение

1. На чистом листе бумаги делаем прорези, которые делят его на полосы разной ширины (рис. 3). Убеждаемся, что в пределах погрешности (связанной с неоднородностью бумаги) стрела прогиба не зависит от ширины полосок, следовательно, в формуле (\*) показатель степени  $s = 0$ .

2. Так как  $y \sim F$ , а  $F \sim g$ , то  $h = 1$ . Тогда, руководствуясь соображениями размерности, получаем:

$$y = 3\rho g \ell^4 / 2E\delta^2.$$

В координатах  $(y, \ell^4)$  график зависимости должен быть прямой линией.

3. Снимаем зависимость  $y(\ell)$ . Строим линейаризованные графики  $y(\ell^4)$  для каждой из полосок.

4. Строим график зависимости модуля Юнга от угла  $\varphi$ .

5. Из графика следует, что  $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$ , где  $\sigma(E)$  – погрешность измерения. Делаем вывод, что для модуля юнга  $E$  существует анизотропия.

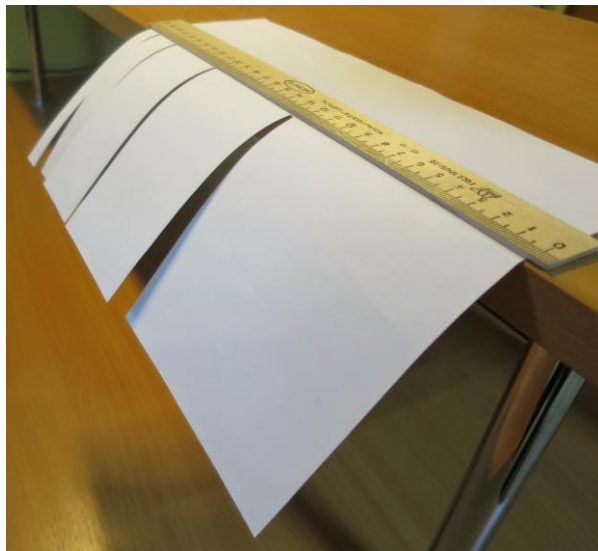


Рис. 3

**Примечание.** Анизотропию бумаги можно пронаблюдать непосредственно (рис. 4).

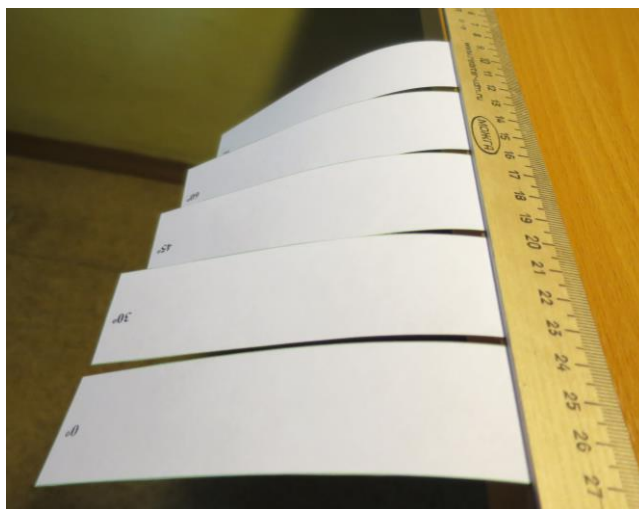


Рис. 4

**Критерии оценивания**

- |                                                                                   |                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1) Исследована зависимость $y(b)$ и установлено что $s = 0$                       | <b>2 балла</b>  |
| 2) Методом размерностей получено что $y \sim \ell^4$                              | <b>2 балла</b>  |
| 3) Снята зависимость $y(\ell)$                                                    | <b>3 балла</b>  |
| для каждой полоски снято 5 и более точек – 3 балла                                |                 |
| если число точек 3 – 4, то – 1 балл                                               |                 |
| если число точек 1 – 2, то – 0 баллов                                             |                 |
| 4) Построены линеаризованные графики для каждой зависимости $y(\ell)$             | <b>5 баллов</b> |
| (по 1 баллу за каждую зависимость для полоски с соответствующим углом $\varphi$ ) |                 |
| 5) Построен график зависимости $E(\varphi)$                                       | <b>1 балла</b>  |
| 6) Посчитаны погрешности измерений                                                | <b>1 балл</b>   |
| 7) Сделан вывод о существовании анизотропии модуля Юнга                           | <b>1 балл</b>   |
| (без ссылки на то, что $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$ , этот балл не ставится).  |                 |